

最小二乗法 (Least Square Method)

測定した n 組のデータ (x_i, y_i) を、1 次関数 $y = ax + b$ で近似する。
最小二乗法では、

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \quad (1)$$

を最小にする値 (a, b) を用いる。

S を最小にする (a, b) は、以下の 2 式から求められる。

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0 = \sum_{i=1}^n x_i y_i - a \sum_{i=1}^n x_i^2 - b \sum_{i=1}^n x_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 0 = \sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i - bn \quad (3)$$

これらの式から、

$$a = \frac{X \cdot Y - XY \cdot n}{X^2 - XX \cdot n} \quad (4)$$

$$b = \frac{XY \cdot X - XX \cdot Y}{X^2 - XX \cdot n} \quad (5)$$

となる。ここで、

$$X = \sum_{i=1}^n x_i \quad (6)$$

$$Y = \sum_{i=1}^n y_i \quad (7)$$

$$XX = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (8)$$

$$XY = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (9)$$

$$YY = \sum_{i=1}^n y_i^2 \quad (10)$$

である。

さらに、相関係数 (correlation coefficient) R は

$$R = \frac{XY \cdot n - X \cdot Y}{\sqrt{XX \cdot n - X^2} \sqrt{YY \cdot n - Y^2}} \quad (11)$$

である。